# NOTICE

SUR LES

# TITRES SCIENTIFIQUES

DE

## M. A. CORNU.



PARIS,
GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE
DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,
SUCCESSEUR DE MALLET-BACHELIER,
Quai des Augustins, 55.

1873

# NOTICE

SUR LES

# TITRES SCIENTIFIQUES

DE

M. A. CORNU,

INGÉNIEUR DES MINES, DOCTEUR ÈS SCIENCES, PROFESSEUR DE PHYSIQUE A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

## OPTIQUE PHYSIQUE.

### I. — *Théorème sur les relations entre les positions des plans de polarisation des rayons incident, réfléchi et réfracté dans les milieux isotropes.*

(Comptes rendus de l'Académie des Sciences, t. LVI, p. 87, 1863. — Annales de Poggendorff, t. CXVIII, p. 492, 1863.)

Cette proposition résume les propriétés géométriques de la réflexion et de la réfraction de la lumière polarisée dans le cas des milieux isotropes.

*Les plans respectivement normaux aux plans de polarisation et passant par les rayons incident, réfléchi et réfracté se coupent suivant une même droite normale au rayon réfracté.*

Cet énoncé, déduit des équations de Mac Cullagh et Neumann, a l'avan-

tage d'être indépendant de toute théorie et de se prêter immédiatement aux vérifications expérimentales (*voir plus loin*, n° V).

## II. — *Théorèmes géométriques relatifs à la réflexion cristalline.*

(Comptes rendus, t. LX, p. 47, 1865. — Comptes rendus, t. LXII, p. 1327, 1866.)

Sous ce titre, j'ai donné les principaux résultats d'une étude géométrique de la réflexion et de la réfraction de la lumière polarisée dans le cas des milieux cristallisés. Ces résultats ont été dégagés de formules assez complexes, déduites de la théorie de Mac Cullagh, surtout en vue des déterminations expérimentales dont il sera parlé plus loin. Voici quelques-uns des énoncés les plus simples :

*Pour une incidence donnée, le plan de polarisation du rayon incident et celui du rayon réfléchi forment deux faisceaux homographiques.*

Les belles théories géométriques de M. Chasles [1] trouvent donc une application immédiate à la réflexion de la lumière polarisée dans le cas le plus général. Voici justement l'une des applications les plus utiles :

*Il existe toujours deux azimuts rectangulaires de polarisation du rayon réfléchi sur une surface cristalline quelconque, qui correspondent à deux azimuts rectangulaires de polarisation du rayon incident.*

J'ai donné à ces directions rectangulaires le nom d'azimuts principaux. On aura une idée de leur importance d'après la proposition suivante :

*Si, à partir du point d'incidence, on porte en grandeur et en direction l'amplitude réfléchie, c'est-à-dire la racine carrée de l'intensité du rayon réfléchi (l'intensité du rayon incident étant* 1*), le lieu des extrémités de cette droite est une ellipse dont les axes coïncident avec les azimuts principaux.*

*Cette relation entre les deux rayons est réciproque.*

---

(1) Ces applications de la Géométrie supérieure à l'Optique ont été signalées à l'*Association britannique* par un géomètre anglais, M. Spottiswoode, dans un discours sur les Progrès scientifiques accomplis pendant l'année. (*Réunion de Birmingham*, 1865.)

III. — *Théorie nouvelle de la réflexion cristalline d'après les idées de Fresnel* (Partie théorique du Mémoire suivant intitulé : « Recherches sur la réflexion cristalline ».

(Comptes rendus de l'Académie des Sciences, t. LXIII, p. 1058, 1866.)

Un extrait de ce Mémoire, lu devant l'Académie des Sciences, a été l'objet de l'examen d'une Commission composée de MM. Pouillet, Babinet, Fizeau et Bertrand, rapporteur. Le Rapport favorable lu dans la séance du 6 mai 1867, et dont voici quelques extraits, signale les difficultés de la question et les résultats obtenus dans la voie que j'avais poursuivie :

« M. Cornu, dans le Mémoire dont nous venons rendre compte à l'Académie, a voulu se faire uniquement le disciple de Fresnel. Reprenant la question où la mort prématurée de l'illustre inventeur l'avait laissée, il y a quarante ans, il cherche avant tout la trace des pensées du maître pour appliquer ses principes aux cas plus complexes qui semblaient leur échapper, sans les changer aussi profondément que l'ont fait Mac Cullagh et M. Neumann.

» ... M. Cornu a eu l'idée ingénieuse de substituer à la continuité géométrique des mouvements une sorte de continuité mécanique entre les quantités du mouvement, et la théorie devient aussi régulière et aussi simple pour le cas, au moins, des milieux isotropes, que la théorie si profondément modifiée de Mac Cullagh. Les résultats sont d'ailleurs identiques, et M. Cornu montre qu'un simple changement de notations transforme identiquement les unes dans les autres les formules auxquelles elles conduisent.

» ... Nous n'avons donc, pour cette première partie du Mémoire, que des félicitations à adresser à M. Cornu ; il s'est proposé de faire disparaitre une difficulté réellement gênante dans une belle et difficile théorie, et il y est heureusement parvenu.

» ... M. Cornu s'efforce d'étendre, à son tour, au cas général les principes si simples et si nets relatifs aux milieux isotropes; mais une difficulté insurmontable peut-être se présente tout d'abord : la densité de l'éther est, suivant Fresnel, proportionnelle au carré de l'indice de réfraction. Que devient cette hypothèse lorsque l'indice devient variable avec la direction ? M. Cornu n'hésite pas à supposer qu'il en soit de même de la densité, et, sans expliquer bien nettement ce qu'on doit entendre par là, il introduit un facteur

variable qui, il faut le dire, le conduit à des formules précisément identiques à celles de Mac Cullagh ; mais pour obtenir cette identité, qui n'en reste pas moins digne de remarque, il substitue en outre, un peu arbitrairement-il faut l'avouer, au principe de la continuité des mouvements celui de la continuité des forces élastiques qui, dans le cas des milieux isotropes, lui est absolument équivalent, et il néglige enfin dans une de ses formules, et dans celle-là seulement, le terme qui provient de la composante du mouvement, regardée par Fresnel comme inefficace.

» ... Ces hypothèses, que l'auteur lui-même juge un peu arbitraires, ne peuvent évidemment pas entrer dans une théorie définitive. M. Cornu, en les choisissant de manière à retrouver précisément les équations de Mac Cullagh que l'expérience confirme, a fait preuve cependant d'un esprit fort ingénieux, qui pour lutter contre ces questions difficiles sait s'inspirer de la hardiesse parfois excessive et presque toujours heureuse de son illustre guide, Augustin Fresnel.

» ... En résumé, le Mémoire de M. Cornu, excellent dans sa première partie et imparfait seulement dans l'étude d'une question insoluble peut-être par la voie qu'il a choisie, nous semble montrer chez son auteur non-seulement des connaissances profondes, mais un esprit hardi bien préparé à explorer les plus hautes régions de la Physique mathématique. »

## IV. — *Reproduction cinématique des lois de la réflexion cristalline.*

[Société Philomathique (séances des 4, 11 et 18 mars 1865).]

Dans un exposé des recherches précédentes sur la réflexion cristalline devant la Société Philomathique, j'ai décrit l'emploi d'un organe cinématique bien connu, nommé *joint universel* ou *croisillon*, pour reproduire la loi du mouvement simultané de rotation des plans de polarisation des rayons incident et réfléchi.

Cet appareil et un autre dispositif jouissant des mêmes propriétés ont été décrits en détail dans le travail qui suit.

## V. — *Recherches sur la réflexion cristalline.*

(Annales de Chimie et de Physique, 4e série, t. XI.)

Ce travail, présenté comme thèse à la Faculté des Sciences de Paris pour l'obtention du grade de Docteur ès sciences physiques, est divisé en deux

parties principales. La partie théorique comprend, outre le resumé des Mémoires précédents, quelques propositions nouvelles, parmi lesquelles je citerai la suivante :

*La vitesse angulaire de rotation du plan de polarisation du rayon réfléchi est dans chaque position inversement proportionnelle à l'intensité correspondante de ce rayon, l'intensité du rayon incident étant constante et la vitesse angulaire de rotation de son plan de polarisation étant uniforme.*

*Cette relation entre les deux rayons est réciproque.*

La seconde partie, tout expérimentale, comprend une discussion complète des procédés employés pour la mesure exacte des azimuts de polarisation, la mise en évidence d'erreurs systématiques introduites par l'emploi des analyseurs et polariseurs nommés prismes de Nicol, l'étude de ces erreurs et les combinaisons d'observations qui permettent de les éliminer. Enfin je donne, comme application de ces méthodes d'observation fondées sur les principes usités en Géodésie et en Astronomie, les résultats numériques d'observations effectuées sur diverses substances isotropes ou cristallisées. Parmi les milieux cristallisés, le spath d'Islande et le soufre sont à peu près les seuls qui se prêtent utilement à des mesures : les déterminations numériques très-nombreuses effectuées par diverses méthodes et discutées avec soin offrent, avec les théories développées dans la première partie de ce travail, des vérifications satisfaisantes.

## VI. — *Sur la détermination des trois indices principaux de réfraction du soufre cristallisé.*

(Résultats insérés dans l'*Annuaire du Bureau des Longitudes.*)

Le soufre cristallisé et transparent jouit d'une double réfraction extrêmement énergique : il y a donc un grand intérêt, au point de vue de la théorie des cristaux à deux axes optiques, de connaître ses trois constantes optiques.

Après avoir surmonté quelques difficultés relatives à la taille de cette substance très-friable en prisme ayant une orientation cristallographique convenable, j'ai obtenu les résultats suivants, qui se rapportent à la lumière jaune de la soude (raie D) :

2,251 2,038 1,958

Ces nombres ont été insérés sur la demande de M. Des Cloizeaux, qui les a vérifiés par l'observation directe de l'angle des axes optiques :

| | |
|---|---|
| Il a observé........... | 69° 5′ |
| Le calcul exigeait ..... | 69° 40′ |
| Différence..... | 35′ |

La vérification est donc satisfaisante pour une détermination purement minéralogique, mais elle ne suffit pas pour lever complétement les doutes émis sur la nature de la surface d'onde pour des milieux aussi réfringents que le soufre; je me réserve de revenir sur ce point important.

## VII. — *De la réfraction à travers un prisme suivant une loi quelconque.*

(Annales de l'École Normale supérieure, 2e série, t. I, p. 231.)

Ce Mémoire a pour objet l'étude géométrique de la marche des rayons lumineux dans un prisme réfractant la lumière suivant une loi quelconque : le but qu'il atteint est le développement d'une méthode générale permettant de déterminer expérimentalement les éléments géométriques d'un rayon lumineux traversant un milieu réfringent, donné indépendamment de toute connaissance sur la nature de la surface d'onde de ce milieu.

Il se divise en deux parties : l'une géométrique, l'autre expérimentale.

La première comprend la démonstration de théorèmes géométriques et de formules simples permettant d'utiliser les angles d'émergence à travers un prisme pour calculer :

1° La vitesse suivant la normale à l'onde plane ;

2° L'angle de direction lumineuse efficace avec cette normale ;

3° L'orientation du plan parallèle à cette normale et au rayon efficace.

Parmi les résultats les plus importants, je citerai là théorie complète d'un phénomène optique de réfraction qui, je crois, est nouveau.

C'est l'inclinaison relative de l'image vue à travers un prisme d'une droite très-petite parallèle à l'arête de ce prisme, lorsque l'onde réfractée touche la surface d'onde intérieure en dehors du plan de réfraction. La loi des inclinaisons relatives de la droite et de son image fournit dans le cas général deux relations linéaires entre les coordonnées du point de contact de l'onde plane avec son enveloppe, lesquelles, jointes à la relation également linéaire, due à l'observation de la déviation à l'émergence, achèvent de déterminer les éléments géométriques du rayon.

La considération du minimum de déviation du rayon émergent simplifie le problème, dont la solution est exprimée alors par des formules très-simples, qui peuvent servir à la détermination des paramètres principaux, dans le cas d'un milieu cristallisé quelconque dont la nature de la surface d'onde serait connue, ce qui est le cas ordinaire.

La partie expérimentale du Mémoire comprendra le détail des déterminations dont voici le résumé :

J'ai choisi comme substance le spath d'Islande, dont la forme de la surface d'onde est à l'abri de toute discussion, et qui est d'ailleurs confirmée par mes observations mêmes. Un prisme a été taillé de façon que, approximativement, l'onde réfractée extraordinaire correspondant à une déviation minimum du rayon émergent, présente dans ses éléments *la plus grande différence possible* avec ceux d'une onde ordinaire.

J'ai pu calculer les éléments de deux manières :

1° D'après les déterminations relatives à ce rayon réfracté au minimum de déviations et sans faire usage de la connaissance de la surface de l'onde intérieure ;

2° D'après la connaissance de la surface de l'onde extraordinaire et des indices de réfraction principaux empruntés à Rüdberg, etc.

| | 1re méthode. | 2e méthode. |
|---|---|---|
| 1° Vitesse suivant la normale (inverse de la..). | 1,56308 | 1,56309 |
| 2° Angle de la direction lumineuse efficace avec cette normale | 6° 9′ 37″ | 6° 12′ 29″ |
| 3° Orientation du plan parallèle à cette normale et au rayon efficace | 37° 54′ 4″ | 37° 50′ 28″ |

L'accord entre les valeurs numériques est donc aussi satisfaisant que possible ; c'est une vérification des formules établies dans la première partie du Mémoire et en même temps un contrôle de l'exactitude de la construction d'Huyghens.

## VIII. — *Sur un nouveau polarimètre.*

(Bulletin de la Société chimique, 1870.)

En perfectionnant une idée due à M. Jelett, je suis parvenu, avec le concours d'un habile constructeur, M. Duboscq, à construire un appareil propre à mesurer la rotation des plans de polarisation (pouvoirs rotatoires, etc.) avec une extrême précision. Il est fondé sur l'emploi de la lumière monochromatique intense que l'on obtient en introduisant un sel de soude dans

la flamme très-chaude d'un brûleur à gaz et sur l'emploi d'un polariseur dont le champ est divisé en deux parties présentant des plans de polarisation légèrement inclinés l'un sur l'autre. On amène à l'égalité d'intensité minimum les deux parties du champ par la rotation de l'analyseur. L'erreur de chaque pointé atteint à peine 2 à 3 minutes.

Cet instrument, construit surtout en vue des usages de la Chimie, me paraît destiné à remplacer même dans l'industrie le saccharimètre à teintes, car il l'emporte sur ce dernier en simplicité et en précision.

Les laboratoires de Chimie de plusieurs grands établissements scientifiques de Paris et de la province font maintenant usage de ce polarimètre.

---

# OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE.

---

## IX. — *Caustiques. — Centre de jonction.*

(Nouvelles Annales de Mathématiques, 2e série, t. II, 1863.)

Cette Note renferme la démonstration et quelques conséquences d'un théorème nouveau qui permet de construire par points une caustique quelconque, construction qu'il est nécessaire d'effectuer même après la simplification du problème par le théorème de M. Quetelet.

*Considérons dans le plan d'une courbe dirimante un point lumineux, un rayon qui en émane et le rayon réfractaire correspondant : si le point lumineux se meut sur le rayon incident, le point de la caustique qui lui correspond sur le rayon réfracté se déplace de telle sorte que la droite qui les joint passe par un point fixe (centre de jonction).*

Il suffit d'ajouter que, pour construire le centre de jonction, on abaissera du centre de courbure trois perpendiculaires : 1° sur le rayon incident ; 2° sur le rayon réfracté ; 3° sur la droite qui joint le pied de ces deux perpendiculaires : le pied de cette troisième perpendiculaire est le centre de jonction.

Cette construction est très-utile dans la théorie géométrique de la réfraction et des instruments d'optique.

X. — *Étude sur les miroirs sphériques.*

(Société Philomathique, 1867.)

Cette Note comprend le résultat d'une étude géométrique sur la formation des images dans un miroir sphérique concave; le résultat le plus curieux est le suivant :

*L'image perspective d'une droite est, dans certains cas, une hyperbole équilatère.*

C'est celui où l'on examine sous une incidence de 15 à 20 degrés avec l'axe principal du miroir une droite dont l'un des points est au foyer conjugué de la position de l'œil.

---

# ACOUSTIQUE.

---

## SUR LES INTERVALLES MUSICAUX.

(En collaboration avec M. E. Mercadier.)

XI. — *Premières expériences. — Inscriptions par l'intermédiaire du Phonautographe.*

(Comptes rendus de l'Académie des Sciences, t. LXVIII, p. 301, 1869.)

XII. — *Suite de la Communication précédente.*

(Comptes rendus de l'Académie des Sciences, t. LXVIII, p. 424, 1869.)

XIII. — *Réponse à des critiques relatives aux résultats précédents.*

(Comptes rendus de l'Académie des Sciences, t. LXX, p. 1168, 1870.)

XIV. — *Méthode nouvelle. — Enregistrements automatiques des sons musicaux.*

(Comptes rendus de l'Académie des Sciences, t. LXXIII, p. 128, 1871.)

## XV. — *Confirmation des résultats précédents par le jeu d'artistes éminents.*

(Comptes rendus de l'Académie des Sciences, t. LXXIV, p. 311, 1872.)

## XVI. — *Extension des résultats au mode mineur.*

(Comptes rendus de l'Académie des Sciences, t. LXXVI, p.      , février 1873.)

L'acoustique musicale semble avoir quelque peine à se dégager de certaines idées systématiques dans laquelle elle est restée enveloppée pendant vingt siècles et à devenir une science expérimentale.

Nous croyons avoir fait faire un pas important à cette partie si intéressante de l'acoustique, en apportant des méthodes expérimentales précises et des déterminations numériques indépendantes de l'opinion des observateurs pour la résolution des problèmes fondamentaux.

Nous avons été assez heureux pour donner l'explication de contradictions apparentes et grouper en lois précises des données numériques qu'on aurait pu croire au premier abord subordonnées au caprice du sentiment artistique.

La difficulté principale consistait à appliquer une méthode expérimentale précise sans enlever le caractère musical ni même la délicatesse artistique des sons que nous avions à étudier.

La méthode générale d'enregistrement automatique à laquelle nous sommes arrivés permet de déterminer le nombre absolu de vibrations des sons produits par les instruments de musique et en particulier par les instruments à cordes, les plus justes de tous, entre des mains habiles.

Voici le principe de la méthode. Entre la table d'harmonie d'un instrument à cordes et les pieds du chevalet, on place une petite lame de laiton, soudée à un fil de cuivre ou d'acier de plusieurs mètres de longueur, dont l'extrémité est armée d'un style s'appuyant sur un cylindre tournant, recouvert de papier enfumé. Un instrumentiste joue des fragments de mélodies, pendant qu'on fait mouvoir le cylindre ; les vibrations des cordes se transmettent au chevalet, au fil et au style qui décrit sur le cylindre des vibrations de forme et de nombre différents pour chaque son de la mélodie ; en même temps un diapason inscrit, à côté du style, ces vibrations qui servent à compter le temps. Lorsque l'on veut mesurer des intervalles harmoniques de deux sons, par exemple, on accorde *simultanément* deux cordes (comme à

l'ordinaire), soit à la tierce, soit à la quinte, etc., jusqu'à ce que l'oreille soit pleinement satisfaite de l'accord; puis on inscrit séparément les sons des deux cordes. La méthode se prête évidemment à l'enregistrement des sons simultanés, comme le seraient ceux des instruments d'un quatuor; mais en général il vaut mieux, pour éviter des complications inutiles, se borner à l'enregistrement d'un petit nombre de sons simultanés.

Les nombres déduits du relevé des tracés graphiques, obtenus ainsi, sont donc indépendants de toute idée préconçue, et représentent avec fidélité le jeu des exécutants.

Nos expériences ont été faites avec le concours d'artistes éminents, tels que M. Léonard, de Bruxelles, M. Seligmann, M. Ferrand de l'Opéra comique. Les résultats très-nets, consignés dans les notes ci-dessus indiquées et qui paraissent devoir clore les discussions engagées depuis si longtemps sur ce sujet, peuvent être ainsi formulés :

« Les intervalles musicaux font partie d'au moins deux systèmes de valeurs correspondant à deux genres d'impressions différentes :

» 1° Les intervalles formés par les sons successifs d'une mélodie ou intervalles mélodiques; l'expérience reproduit avec une grande exactitude les sons de la gamme pythagoricienne (gamme déduite de la série des quintes, c'est-à-dire formée exclusivement par la combinaison des intervalles d'octave et de quinte);

» 2° Les intervalles formés par des sons simultanés ou intervalles harmoniques, qui sont représentés par des nombres de vibrations ayant entre eux un rapport simple (la *gamme* appelée *naturelle*, par M. Helmholtz, contient un certain nombre de ces intervalles, mais ne les contient pas tous).

» Ces conclusions s'appliquent aussi bien à la gamme majeure qu'à la gamme mineure. »

---

## ÉLASTICITÉ.

### XVII. — *Méthode optique pour l'étude de la déformation de la surface extérieure des corps élastiques*

(Comptes rendus de l'Académie des Sciences, t. LXIX, p. 333, août 1869.)

Cette méthode est fondée, comme celle de M. Fizeau, pour la mesure des dilatations (et en général des très-petites longueurs), sur l'observation des anneaux colorés de Newton, produits entre une surface polie de verre et la

surface extérieure du corps à déformer; les deux surfaces doivent avoir évidemment à peu près les mêmes courbures et différer peu du plan ou de la sphère.

Ces anneaux, observés par réflexion normale avec une lumière monochromatique, suivent les lignes d'égale épaisseur de la lame d'air interposée entre les deux surfaces, de sorte que l'apparence du phénomène est exactement celle d'une *carte topographique* de la surface déformée; les anneaux figurent les courbes de niveau rapportées à une surface fixe (surface de la lame de verre) et la différence de niveau d'une courbe à l'autre est égale à une demi-longueur d'onde de la lumière employée, c'est-à-dire à environ $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{3}$ de millième de millimètre, suivant la couleur de cette lumière. Il est en outre évident que, dans une petite étendue, les anneaux peuvent former des coniques concentriques et semblables à l'indicatrice en ce point. La délicatesse du procédé expérimental permet donc d'observer des déformations qui, par leur petitesse, seraient inaccessibles à tout autre moyen d'investigation : la méthode est donc éminemment propre à contrôler les résultats de la théorie de l'élasticité où l'on suppose les déformations infiniment petites.

C'est ce que j'ai tenté de faire pour la détermination du rapport des coefficients d'élasticité transversale et longitudinale dans les milieux isotropes, rapport sur lequel ni les théoriciens ni les expérimentateurs ne sont d'accord.

On sait qu'en exerçant une traction longitudinale sur une barre d'un solide élastique cette barre s'allonge, mais les dimensions transversales se contractent. Ce phénomène élémentaire conduit par la théorie à prévoir qu'un parallélépipède (dont les dimensions transversales sont petites par rapport aux dimensions longitudinales) fléchi circulairement présente deux surfaces à courbures opposées : en chaque point le rapport des courbures principales est égal précisément à celui des coefficients d'élasticité transversale et longitudinale. Ce résultat théorique est dû à M. de Saint-Venant.

L'expérience montre, en effet, que les surfaces fléchies présentent des courbures opposées : le relevé micrométrique des anneaux obtenus en opérant sur des parallélépipèdes de verre coulé (glace de Saint-Gobain) m'a fourni des valeurs très-voisines de $\frac{1}{4}$; or le verre coulé est la seule substance dont l'*homogénéité isotrope* soit à l'abri de toute discussion. Voici l'intérêt que présente cette détermination :

L'expression théorique de ce rapport $\sigma$ est donnée par la formule

$$\sigma = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}.$$

Pour $\sigma = \frac{1}{4}$, on a $\lambda = \mu$, en employant les notations de Lamé (*Leçons sur la*

*théorie mathématique de l'élasticité*, p. 50), où $\lambda$ et $\mu$ sont deux constantes du milieu. Suivant Lamé et d'autres géomètres, ces deux constantes seraient indépendantes et caractéristiques de chaque corps isotrope. Navier, créateur de la théorie mathématique de l'élasticité, avait été conduit, par des calculs d'ailleurs incomplets, à la condition $\lambda = \mu$. D'un autre côté, Poisson avait aussi trouvé théoriquement $\lambda = \mu$; Wertheim, d'après des expériences d'une rigueur contestable, concluait à

$$\sigma = \frac{1}{3}, \quad \text{d'où} \quad \lambda = 2\mu.$$

Depuis, M. de Saint-Venant a prouvé que, si l'on peut assimiler les milieux élastiques à des systèmes de points agissant mutuellement, suivant des *forces* centrales (c'est-à-dire dirigées suivant la ligne qui les joint deux à deux et suivant les fonctions de la distance), on a nécessairement $\lambda = \mu$ pour les milieux isotropes.

Mes expériences confirment donc cette manière d'envisager la constitution des milieux élastiques. Les conséquences théoriques de cette détermination sont importantes, puisqu'elles permettent de réduire, avec Green et M. de Saint-Venant, de 36 à 21 le nombre des coefficients arbitraires des milieux élastiques dans le cas général.

Dans des recherches encore inédites, j'ai étudié par la même méthode les propriétés élastiques de quelques corps cristallisés dans le système cubique (sel gemme, spath, fluor, alun), et en particulier de plusieurs métaux.

J'ai pu me convaincre que, pour ces derniers corps, la structure cristalline a une influence prédominante, et que les valeurs de $\sigma$ auxquelles ils conduisent ne peuvent infirmer en rien l'égalité des paramètres élastiques des *milieux isotropes*, comme on serait tenté de le croire, d'après l'opinion de Wertheim et de plusieurs physiciens étrangers.

## XVII *bis*. — *Photographie des Anneaux colorés.*

(Note intercalée dans la Communication précédente.)

En terminant le résumé de ces recherches sur l'élasticité, j'appellerai l'attention sur le complément indispensable de la méthode, à savoir : l'*enregistrement photographique des anneaux*. Au point de vue expérimental, il y a un progrès important accompli pour un grand nombre de recherches d'optique, à savoir : la possibilité d'obtenir en quelques secondes des clichés photographiques de phénomènes un peu fugitifs par leur délicatesse même, et qu'on peut étudier à loisir avec une précision que l'observation directe

serait loin de donner. Ce progrès a été amené par la découverte d'une lumière *monochromatique au point de vue chimique (mono-actinique)* et d'une intensité considérable.

Ces propriétés se trouvent réunies dans la lumière de l'étincelle d'induction jaillissant entre deux pôles de magnésium (il est nécessaire d'ajouter dans le circuit une bouteille de Leyde en verre mince, de façon à obtenir des étincelles à grande tension). La propriété mono-actinique de cette lumière est due à une raie très-intense, située dans la partie invisible de son spectre. Cette lumière est presque rigoureusement mono-actinique, car elle permet de photographier des anneaux correspondant à une différence de marche de plus de mille ondulations ($0^{mm},25$ d'épaisseur de lame d'air). La longueur d'onde obtenue photographiquement à l'aide d'un réseau est sensiblement égale à $0^{mm},000383$.

---

# PHYSIQUE TERRESTRE ET ASTRONOMIQUE.

---

## XVIII. — *Sur l'adjonction d'un bain de mercure observé sous l'incidence rasante dans l'emploi du collimateur.*

(Comptes rendus de l'Académie des Sciences, t. LXVIII, p. 720, 1868.)

Cette Note renferme la description d'un collimateur à court foyer destiné à diminuer le nombre des observations du *nadir* au bain de mercure, opération difficile dans certains observatoires.

L'emploi des collimateurs à court foyer est très-commode de jour et de nuit; mais on fait à ces instruments une objection grave qui explique le jugement défavorable porté sur eux par certains astronomes et le nombre assez considérable d'observatoires qui en ont repoussé l'usage. Il est nécessaire, en effet, que la stabilité du support sur lequel repose le système optique (objectif et réticule) composant le collimateur soit absolue, sinon l'axe optique de l'instrument peut se déplacer à l'insu de l'observateur. L'addition d'un second collimateur, conjugué au premier, fournit un contrôle précieux, mais qui se trouve en défaut dans le cas où les instruments reposent sur le même massif. Il est évident, en effet, que tout déplacement

du massif entraîne solidairement les deux collimateurs sans que les vérifications optiques réciproques cessent d'avoir lieu.

Le perfectionnement que j'ai essayé en petit, et qui me paraît devoir réussir en grand, consiste à placer un bain de mercure de formes allongées dans l'intérieur même du collimateur (dont l'axe optique est alors incliné de quelques degrés sous l'horizon), de façon que la surface du mercure passe à une très-petite distance au-dessous du fil horizontal : de cette manière toute variation d'inclinaison de l'axe optique du collimateur changera la distance de la surface liquide et du réticule et par suite la distance angulaire du fil et de son image.

On voit donc, sans entrer dans des détails de construction ou de théorie, qu'on a un contrôle immédiat de la stabilité de l'instrument, et même on conçoit qu'on puisse éliminer par l'observation du fil et de son image la variation d'inclinaison si elle avait lieu.

Lors de la publication de la présente Note, le Directeur de l'Observatoire de Paris, M. Le Verrier, me fit l'honneur de m'appeler pour lui donner des explications plus détaillées en vue d'une installation de cet instrument ; les événements ont empêché de réaliser ce projet.

## XIX. — *Sur le renversement des raies spectrales de vapeurs métalliques. — Conséquences relatives à la constitution physique du Soleil.*

(Comptes rendus de l'Académie des Sciences, t, LXXIII, p. 332, juillet 1871.)

Les expériences de Foucault, d'Angström et de Kirchhoff sur l'interposition d'une flamme chargée de vapeur de soude, devant la fente d'un spectroscope éclairée d'ailleurs par une lumière intense, avaient conduit à la théorie du pouvoir absorbant des vapeurs pour les radiations qu'elles émettent. Toutefois la conclusion générale à laquelle on était parvenu ne se vérifiait guère qu'avec la vapeur de sodium. Je suis arrivé à faire réussir l'expérience avec presque toutes les vapeurs métalliques et dans des circonstances qui conduisent à des conséquences importantes relatives à la constitution du Soleil. Il suffit de placer un fragment du métal ou de l'un de ses sels dans l'arc électrique; les raies brillantes s'élargissent et finissent par se renverser, c'est-à-dire par présenter une ligne plus sombre au milieu de l'espace brillant qui remplace les raies primitives. Ce résultat s'explique aisément par l'absorption des radiations les plus chaudes du centre par les couches extérieures de la vapeur ; aussi est-il nécessaire de rapprocher les deux charbons qui

produisent l'arc électrique, afin d'avoir au centre la plus haute température possible et une grande accumulation de vapeur dans un petit espace.

On sait que le phénomène du renversement des raies du spectre solaire a conduit M. Kirchhoff à supposer autour du Soleil une atmosphère composée du mélange de la plupart des vapeurs métalliques; les observations spectrales au centre et au bord du disque solaire ne constatent aucune variation sensible dans le spectre d'absorption, ce qui exclut l'hypothèse de l'atmosphère de M. Kirchhoff.

L'expérience décrite ci-dessus prouve en effet :

1° Qu'une épaisseur extrêmement faible de vapeur peut produire le renversement des raies, épaisseur absolument imperceptible à la distance où nous nous trouvons du Soleil;

2° Qu'il n'est nullement utile de supposer une atmosphère continue, si mince qu'elle soit, autour du Soleil, l'absorption étant toute locale et se produisant spontanément par le refroidissement des couches extérieures de vapeur autour de chaque point incandescent.

## XX. — *Sur le spectre de l'aurore boréale du 4 février 1872.*

(Comptes rendus de l'Académie des Sciences, t. LXXIV, p. 390, 1872.)

J'ai pu observer plusieurs raies du spectre de l'aurore boréale du 4 février 1872 et déterminer la longueur d'onde de l'une d'entre elles. J'ai retrouvé ainsi la raie découverte par M. Angström dans les lueurs polaires des latitudes élevées.

## XXI. — *Détermination de la vitesse de la lumière.*

(Comptes rendus de l'Académie des Sciences, t. LXXIII, p. 857, 1871. — Comptes rendus de l'Académie des Sciences, t. LXXVI, p. 338, 1873.)

Ces deux Notes comprennent l'une la description des perfectionnements apportés à la méthode, l'autre le résumé des expériences relatives à la détermination de la vitesse de la lumière, expériences dont le détail est consigné dans un Mémoire soumis actuellement à l'examen de la Section de Physique et à la Commission du passage de Vénus. Quelques mots suffiront pour faire comprendre l'intérêt actuel de cette détermination.

La connaissance de la valeur exacte de la vitesse de la lumière permettrait, comme on sait, à l'Astronomie de déduire directement de la mesure de l'aberration la valeur de la parallaxe du Soleil, et, par suite, les dimen-

sions absolues de l'orbite terrestre. La parallaxe du Soleil n'est pas encore connue avec toute la précision désirable, et c'est pour en déterminer la valeur que les astronomes de tous les pays se préparent en ce moment à observer le prochain passage de Vénus sur le Soleil.

Il est donc du plus haut intérêt, pour l'Astronomie, de demander à la Physique une mesure certaine de la vitesse de la lumière, comme contrôle des observations, et au besoin comme constante fondamentale.

Grâce aux travaux de M. Fizeau, et un peu plus tard à ceux de Foucault, l'Optique est assez avancée pour fournir une solution complète, et même une double solution du problème. La méthode de M. Fizeau, la première en date (1849), a été donnée à une époque où l'on regardait comme impossible la manifestation de la lumière à la surface de la Terre ; elle fit une grande impression comme démonstration qualitative, mais, malgré les prévisions de l'auteur, on hésitait à lui demander une valeur exacte de cette vitesse. La seule détermination directe, faite en vue de la discussion des données astronomiques, n'a été obtenue que dans ces derniers temps, avec la seconde méthode, fondée sur l'emploi du miroir tournant de M. Wheatstone, par Léon Foucault. On sait que cette expérience, dont le principe est d'Arago, avait été donnée uniquement comme expérience qualitative, dans le but de trancher entre le système de l'émission et celui des ondulations : l'ingénieux physicien a su en tirer une vraie méthode; son résultat (298 000 kilomètres par seconde) fut immédiatement mis à profit par les astronomes. Par comparaison avec la valeur de l'aberration de Struve (20",445), on en déduisit, pour la parallaxe du Soleil, le nombre 8",86; c'est précisément la valeur que M. Le Verrier venait d'obtenir par la considération des perturbations des mouvements de Mars, et qu'il a retrouvée encore depuis par deux autres séries de calculs relatifs aux mouvements de Mars et de Vénus.

Malgré cette concordance, la question est trop importante pour qu'on ne cherche pas à contrôler cette valeur de la vitesse de la lumière par une autre méthode, d'autant plus que le résultat de Foucault (298 000 kilomètres) et celui qu'on déduit des éclipses des satellites de Jupiter (312 000), d'après l'ancienne valeur de la parallaxe du Soleil, diffèrent d'une quantité notable.

J'ai donc entrepris la mesure directe de la vitesse de la lumière en me servant de la méthode de la roue dentée, due à M. Fizeau, dont le principe n'offre aucune des difficultés que soulève l'emploi du miroir tournant. Le principal perfectionnement consiste dans l'emploi de l'enregistrement électrique de la vitesse du mécanisme de la roue dentée, vitesse qu'il faut connaître à chaque instant en valeur absolue, puisqu'on la compare directement à la vitesse de la lumière.

Après des essais de diverse nature qui ont exigé près de deux ans de pré-

paration, j'ai fait l'expérience entre deux stations distantes de 10310 mètres, l'École Polytechnique et le Mont-Valérien. La distance a été mesurée par une petite triangulation spéciale, et le temps de l'aller et du retour de la lumière a été relevé sur les tracés graphiques qui ont été mis sous les yeux de l'Académie.

J'ai pu mesurer couramment les cinq premières extinctions et observer plusieurs fois jusqu'à la onzième; ce dernier résultat veut dire que la roue dentée a été mise en rotation assez rapide pour qu'elle ait pu tourner de dix dents et demie pendant le temps de l'aller et du retour de la lumière.

La discussion des observations a donné comme moyenne générale un nombre très-voisin de celui de Foucault et égal à 298500 kilomètres par seconde ; au point de vue astronomique, ce résultat correspond à 8",86 pour la parallaxe solaire.

## XXII. — *Détermination de l'intensité magnétique terrestre en valeur absolue.* (En collaboration avec M. J. Baille.)

(Comptes rendus de l'Académie des Sciences, t. LXX, p. 1337, 1870.)

Cette Note est le résumé d'études assez étendues sur la méthode bien connue de Gauss pour la détermination des constantes du magnétisme terrestre en valeur absolue. Les observations composées de deux séries indépendantes, effectuées sur deux paires d'aimants de dimensions différentes, sont très-concordantes entre elles.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Force magnétique horizontale. | Paire AB... | 0,6131 | (Paris, janvier 1870). |
| | Paire PL... | 0,6129 | |

Cette détermination, intéressante d'ailleurs en elle-même, ayant surtout pour but de nous familiariser avec certaines méthodes expérimentales en vue de nous préparer à une détermination bien plus difficile, la mesure de la densité moyenne de la Terre, nous avons voulu contrôler notre résultat par une méthode entièrement différente, mais moins connue et due à M. Weber. Cette méthode consiste dans l'observation simultanée des déviations produites par un même courant sur l'aiguille d'une boussole de tangentes et sur un cadre circulaire suspendu dans le méridien magnétique. La première déviation donne le rapport de la force magnétique totale à l'intensité du courant ; la seconde donne le produit de ces mêmes quantités ; on peut donc en déduire la mesure de l'une et de l'autre.

Deux séries ont donné 0,6136 ; 0,6124, dont la moyenne coïncide avec la valeur moyenne précédemment obtenue.

L'inclinaison magnétique, déterminée plusieurs fois un peu après ces expériences, a donné en moyenne I = 65°35′ (avril 1870).

De sorte que la force magnétique terrestre à Paris, exprimée en *valeur absolue* pour le commencement de l'année 1870, a été trouvée :

| | Unites métriques. | Unités de Gauss. |
|---|---|---|
| Composante horizontale. | 0,6130 | 1,920 |
| Force totale........... | 1,483 | 4,645 |

## *Détermination de la densité moyenne de la Terre.*
## (En collaboration avec M. J. Baille.)

Ces expériences, en cours d'exécution et dont les études préliminaires remontent à plus de cinq ans, sont actuellement assez avancées pour que nous puissions, dans quelques semaines, donner le résultat des premières séries d'observations.

Les perfectionnements apportés à la balance de Cavendish sont de plusieurs natures.

1° La réduction des dimensions de l'appareil: La discussion approfondie conduit à cette proposition nouvelle, qui paraît au premier abord paradoxale :

*Dans des appareils géométriques semblables, le temps d'oscillation du levier mobile restant le même, la sensibilité est à fort peu près en raison inverse des dimensions homologues.*

Grâce à ce résultat, nous pouvons mesurer couramment l'attraction de 10 kilogrammes sur 100 grammes à 15 centimètres de distance.

2° La substitution de masses de mercure aux masses de plomb.

Cette disposition permet d'éviter, dans le déplacement des masses, toute espèce de choc ou de trépidation : la masse de mercure qui ne pèse que 10 kilogrammes passe par simple aspiration dans l'une ou l'autre des sphères creuses de fonte où elle est enfermée. On arrive ainsi à une grande sécurité relativement à l'homogénéité et à la distance des masses attirantes.

3° L'enregistrement électrique de toutes les circonstances du mouvement oscillatoire du levier.

Les tracés graphiques que l'on obtient fournissent à chaque instant les éléments du calcul des forces qui agissent sur les masses attirées, ce qui permet une discussion plus complète des résultats et l'élimination ou le rejet des expériences où les perturbations auraient une influence fâcheuse.

Les appareils sont actuellement installés dans les caves de l'École Polytechnique : ils fonctionnent avec une grande régularité, mais seulement de nuit, lorsque les trépidations de l'extérieur et de l'intérieur du bâtiment

ont à peu près cessé. Cette circonstance, comme on le pense, empêche de mener les expériences avec autant de rapidité que le ferait désirer l'importance du résultat à obtenir.

### XXIII. — *Sur l'achromatisme chimique des objectifs.*

(Communication insérée aux procès-verbaux de la Commission du passage de Vénus, janv. 1873.)

La Commission du passage de Vénus m'a fait l'honneur de m'adjoindre à l'une des sous-commissions chargées d'étudier les divers procédés photographiques du Soleil. Dans la Note lue devant la Commission par M. Fizeau, je décris sommairement le procédé excessivement simple qui permet en quelques instants de rendre une lunette astronomique quelconque capable de produire des images photographiques d'une netteté comparable à celle des images optiques qu'elle fournit; le procédé consiste à écarter d'une petite quantité les deux verres (crown et flint-glass) qui composent l'objectif: le calcul ou l'expérience seule permet de déterminer à coup sûr l'écart qui donne la moindre *aberration chromatique* des rayons chimiques.

Cette disposition a l'avantage de pouvoir utiliser une lunette astronomique quelconque à la production d'épreuves photographiques sans la rendre en quoi que ce soit impropre à son ancienne destination.

---

## ÉLECTRICITÉ.

---

### XXIV. — *Sur l'unité de résistance de l'Association britannique.*

(Annales de Chimie et de Physique, 4e série, t. X, p. 92, 1867.)

C'est la traduction d'un travail de M. Fleeming Jenkin, faite sur la demande de plusieurs membres du Comité des mesures électriques (*Electrical Standard Committee*) de l'Association britannique, avec quelques notes explicatives.

### XXV. — *Sur les mesures électrostatiques.*

(Journal de Physique, t. I, p. 1, 1872.)

Dans une série d'articles, j'ai présenté d'une manière élémentaire les analogies du potentiel électrique et de la température. C'est surtout au point de

vue de l'enseignement que ces articles ont été rédigés; ils sont le résumé de quelques-unes de mes Leçons à l'École Polytechnique. Je ne veux pas laisser ignorer que j'ai été fort aidé dans ce travail de simplification de ces belles théories de Physique mathématique par les Leçons professées au Collége de France par M. Bertrand.

## THERMODYNAMIQUE.

XXVI. — *Leçons sur la Théorie mécanique de la Chaleur.*

(Cours lithographié.)

Parmi les feuilles lithographiées publiées chaque année à l'École Polytechnique, je citerai les sept Leçons sur la Théorie mécanique de la chaleur, que j'ai rédigées moi-même à peu près en entier, et qui ont été tirées à part. Elles sont faites à la fois au point de vue expérimental et au point de vue du calcul des relations analytiques très-importantes qu'on déduit des deux principes fondamentaux.

XXVII. — *Sur les relations entre les coefficients élastiques et thermo-élastiques des corps.*

(Journal de Physique, t. II.)

Ce petit travail est encore un résumé élémentaire des relations que les définitions physiques et que les principes de la Thermodynamique introduisent entre les coefficients. J'insiste surtout sur la réduction de ces coefficients au nombre minimum de trois dans le cas des corps isotropes, ce qui est un résultat important et trop peu remarqué, tant au point de vue de la théorie que de l'expérience.

## CHIMIE ET MINÉRALOGIE.

XXVIII. — *Sur un oxyde de zinc cristallisé.*

(Bulletin de la Société chimique, 1864.)

Ces cristaux d'oxyde de zinc hydraté, obtenus par l'une des méthodes électro-chimiques de M. Becquerel, ont été analysés chimiquement et étudiés au

point de vue cristallographique et optique : leur formule est $ZnO, HO$ et leur forme cristalline appartient au prisme rhomboïdal droit.

### XXIX. — *Remarques sur quelques relations numériques entre les équivalents chimiques de certains minéraux de filons.*

(Société Philomathique de Paris, séance du 23 décembre 1865.)

Dans une étude inédite sur les filons métallifères de quelques districts de l'Allemagne, j'ai remarqué que souvent les minéraux associés ensemble présentent des relations numériques très-simples entre leurs équivalents chimiques. Je citerai quelques exemples.

Le plus remarquable se rencontre dans l'un des groupes de minéraux les plus répandus :

| | |
|---|---|
| Quartz $SiO^2$. . . . . . . . . . . . . | 30 |
| Pyrite $FeS^2$. . . . . . . . . . . . . | $60 = 30 \times 2$ |
| Pyrite cuivreuse $FeCuS^2$. . | $91 = 30 \times 3$ à peu près. |
| Galène $PbS^2$. . . . . . . . . . . . | $120 = 30 \times 4$ |

Le quartz $SiO^2$ (30) et l'oxyde d'étain $SnO^2$ (75), qui sont toujours associés, ont leurs équivalents dans le rapport de 2 à 5.

La blende et la chaux carbonatée (50) ont des équivalents égaux.

Ces remarques ont de l'importance au point de vue des questions théoriques relatives à la formation des minéraux.

## GÉOMÉTRIE.

### XXX. — *Sur les sections du tore par un plan tangent.*

(Nouvelles Annales de Mathématiques, 1re série, t. XX, p. 101, 1861.)

Ce petit travail, qui remonte à l'époque où j'étais encore en mathématiques spéciales, renferme l'étude des propriétés de ces courbes ; la plus importante est celle-ci :

*Toutes les sections du tore par un plan tangent sont des podaires de coniques.*

594 Paris. — Imprimerie de GAUTHIER-VILLARS, successeur de MALLET-BACHELIER, quai des Augustins, 55.

# OPTIQUE PHYSIQUE.

## XXXI. — *Sur la réfraction à travers un prisme suivant une loi quelconque.*

(Annales de l'École Normale 2e série, t. III, p. 1.)

Les deux premières Parties de ce travail ont déjà été, dans leurs traits principaux, analysées précédemment (p. 9).

Elles ont été complétées, au moment de la publication de la troisième Partie, par une étude, formant en quelque sorte la synthèse de tout le travail, qui m'a conduit à une vérification expérimentale très-inattendue et en apparence paradoxale. En voici la description sommaire :

Les théorèmes généraux établis dans la première Partie du Mémoire conduisent à des relations du second degré entre certains éléments relatifs au prisme et au milieu environnant; d'autre part, la surface de l'onde d'Huyghens, qui est un ellipsoïde, introduit également entre les paramètres de la surface une relation du second degré. Or, dans certaines conditions, ces relations peuvent s'identifier : il en résulte des conséquences tout à fait en dehors des résultats habituels, en particulier celles-ci :

1° *Lorsqu'on plonge un rhomboèdre de spath d'Islande, présentant par conséquent quatre arêtes réfringentes, dans un liquide d'indice convenable, le rayon extraordinaire est dévié d'un angle constant, quelle que soit l'incidence.*

2° *L'angle aigu et l'angle obtus du rhomboèdre fournissent la même déviation, mais de signe contraire.*

3° *L'image de la fente verticale du collimateur, parallèle à l'arête du rhomboèdre, pivote autour de son centre et accomplit une révolution complète pour une demi-révolution du rhomboèdre autour de son arête.*

L'expérience vérifie de tout point ces conséquences de la théorie, et ce n'est pas sans une certaine surprise que l'observateur constate que la rotation du rhomboèdre autour de son arête ne déplace nullement le centre de

l'image de la fente et la fait pivoter autour de ce point, tandis que, dans les circonstances ordinaires, l'image de la fente se déplace et passe par un minimum de déviation, tout en restant à peu près parallèle à elle-même. C'est certainement une des expériences les plus curieuses de l'Optique.

## XXXII. — *Méthode de Géométrie pour la discussion des problèmes de diffraction.*

(Comptes rendus de l'Académie des Sciences, t. LXXVIII, p. 113. — Journal de Physique, t. III, p. 5 et 44. — Annales de Poggendorff, t. CLIX, p. 632.)

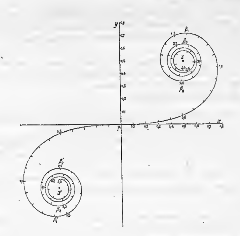
Fresnel a, dans ses admirables travaux sur la diffraction, ramené les phénomènes les plus variés que présentent les ombres des corps à la solution d'un problème de Calcul intégral : les transcendantes nouvelles qu'il a introduites à cette occasion, et dont il a construit des Tables, suffisent à donner la solution numérique de tous les problèmes qu'on peut se proposer à ce sujet.

Mais, si l'on peut dire que le problème est résolu au point de vue numérique, on doit ajouter que la discussion générale des questions les plus simples est extrêmement complexe par la méthode de Fresnel : divers géomètres, parmi lesquels on doit citer Knochenhauer, Cauchy, M. Quet, et surtout M. Gilbert, ont simplifié sous certains points les formules générales; mais les méthodes sont encore longues et délicates et exigent toujours finalement des substitutions numériques, même pour les problèmes les plus élémentaires, tels que l'étude de l'ombre du bord d'un écran rectiligne indéfini.

J'ai été assez heureux pour découvrir une méthode géométrique, si simple qu'elle permet, dans le cas d'une onde cylindrique, de prévoir, par une marche absolument intuitive, toutes les circonstances des phénomènes de diffraction que Fresnel et les géomètres précités n'obtiennent que par des calculs longs et pénibles. Elle est fondée sur la considération d'une courbe représentative qu'on trace en prenant pour abscisses et ordonnées les intégrales de Fresnel. Cette courbe, dont le rayon de courbure est en chaque point en raison inverse de l'arc, correspond point pour point à l'arc circulaire, base de l'onde cylindrique, de telle façon que son centre $\mu$ corresponde toujours au point le plus rapproché du point de l'écran sur lequel on cherche l'intensité de l'ombre et de la lumière : les points de division de l'onde qui donnent des différences de marche égales aux multiples de la demi-longueur d'onde de la lumière éclairante correspondent aux points de la courbe $\beta_1 \beta_2 \beta_3 \ldots$ dont les tangentes sont horizontales. Or, cette courbe jouit, d'après sa dé-

finition, de la propriété suivante ; la droite qui joint deux de ses points représente, par sa grandeur et sa direction, l'amplitude et la phase résultant de la composition des mouvements vibratoires émis par les parties de l'onde correspondant à l'intervalle de ces deux points.

Sans entrer dans aucun détail à ce sujet, il est utile de citer comme parti-



culièrement facile et instructive la discussion des phénomènes que présente l'ombre du bord rectiligne d'un écran, d'une fente, d'un fil, etc.

## XXXIII. — *Propriétés focales des réseaux.*

(Comptes rendus de l'Académie des Sciences, t. LXXX, p. 645. — Annales de Poggendorff, t. CLVI, p. 114. — Association française. Congrès de Nantes, p. 376.)

La mesure précise des longueurs d'onde de la lumière est actuellement fondée sur l'emploi des *réseaux*. Un réseau est formé par une lame transparente ou réfléchissante sur laquelle on a tracé des traits parallèles, équidistants et extrêmement voisins.

4.

Lorsqu'on reçoit un faisceau de lumière sur un réseau, une partie de ce faisceau est transmise ou réfléchie suivant les lois ordinaires, mais le reste est *dispersé* comme par une série de prismes, par suite de l'inégale déviation des diverses couleurs. La connaissance de l'incidence, de la déviation et de la distance moyenne des traits permet de calculer la longueur d'onde de la radiation observée.

Mais la théorie suppose absolument que l'équidistance des traits soit parfaite; aussi certains réseaux imparfaits donnent-ils lieu à des phénomènes secondaires non prévus par la théorie, et qui viennent porter le trouble dans les résultats.

J'ai étudié ces perturbations, j'en ai signalé la cause, et, après les avoir reproduites à volonté, j'ai donné et généralisé les lois de ces phénomènes qui avaient embarrassé d'habiles physiciens.

Voici quelques-unes de ces lois :

*Toute erreur systématique dans l'équidistance des traits produit sur les réseaux l'effet de l'addition d'une lentille convergente ou divergente.*

*La loi de répartition des traits du réseau qui donnerait le maximum d'effet de ce genre est précisément la loi des diamètres des anneaux colorés de Newton.*

*La relation des foyers conjugués des réseaux est la même que celle des lentilles, mais les foyers principaux sont multiples et forment des progressions très-simples.*

Comme conséquence de ces études, j'ai donné une méthode générale pour obtenir un réseau de traits courbes produisant, sous l'influence d'un faisceau de rayons parallèles, une concentration lumineuse ou *foyer linéaire* ayant une forme donnée; ainsi, avec des traits circulaires concentriques de rayons convenables, on obtient des réseaux dont la ligne focale est un *cercle*.

Au point de vue pratique, on obtient très-aisément ces réseaux en photographiant l'épure tracée d'après les principes indiqués plus haut : les épreuves ainsi obtenues jouissent de propriétés optiques très-curieuses et confirment, de la manière la plus complète, toutes les circonstances prévues par la théorie.

## XXXIV. — *Sur la lumière elliptique par réflexion à la hauteur des corps transpareuts.*

(Comptes rendus de l'Académie des Sciences, t. LXXXVI, p. 649 ; 1878.)

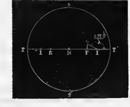
Brewster signala dans l'étude optique du diamant et de quelques autres substances très-réfringentes une anomalie curieuse, à savoir l'impossibilité de polariser par la réflexion seule le faisceau de lumière naturelle que ces corps réfléchissent. Fresnel rattacha ce phénomène à celui que présente la réflexion totale, c'est-à-dire à la production de lumière polarisée elliptiquement.

C'est à Cauchy que revient l'honneur d'avoir, par la seule force de l'Analyse mathématique, découvert les lois de ces phénomènes. M. Jamin en démontra l'importance et surtout la généralité et imagina pour leur étude l'une des méthodes expérimentales les plus délicates de l'Optique physique.

Les formules de Cauchy, malgré leur élégance analytique, n'ont pas encore été interprétées géométriquement et sont d'un usage un peu difficile; bien qu'elles soient vérifiées par l'observation, l'interprétation des paramètres qu'elle présente n'est pas conforme à certaines expériences, de sorte que les principes sur lesquels elles reposent ont été l'objet de diverses critiques.

En étudiant ces phénomènes d'une manière purement expérimentale, j'ai été conduit à une loi très-simple et susceptible d'une interprétation géométrique facile à retenir, donnant la différence de phase des deux composantes vibratoires, en laquelle on décompose d'ordinaire la vibration réfléchie.

La représentation sphérique ci-jointe permet d'énoncer cette loi de la




manière suivante : soient T et T' les traces des rayons incidents et réfléchis ; *si l'on élève perpendiculairement au plan d'incidence un petit arc de cercle*

*FG caractéristique de la substance, au point* F, *trace du rayon réfléchi sous l'incidence principale, la différence de marche des deux composantes de la vibration du rayon réfléchi est donnée par l'angle* GTT'.

Cette loi est vérifiée par l'observation, avec le même degré d'approximation, mais plus facilement que les formules de Cauchy : elle permet aussi de calculer plus directement le coefficient d'ellipticité et l'indice de réfraction de la substance réfléchissante employée. Elle sera donc à tous ces points de vue préférable dans les recherches de cette nature, et spécialement dans les déterminations spécifiques à effectuer.

---

# OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE.

---

## XXXV. — *Sur le levier à réflexion.*

(Journal de Physique, t. IV, p. 7. — Association française. Congrès de Lille, p. 262.)

La mesure des courbures et des lentilles employées en Optique est un problème très-délicat, surtout lorsqu'on veut obtenir la valeur absolue du rayon de courbure. Le sphéromètre est l'instrument ordinairement employé pour ces déterminations, mais il a divers inconvénients : le plus grave, outre son prix élevé, est de se composer d'une vis qu'on est obligé d'étudier, comme toutes les vis micrométriques, afin d'en conclure la longueur du pas moyen. Or, dans le sphéromètre, cette étude est très-difficile, parce que l'on ne peut pas comparer directement les indications de la vis à celle d'une règle ou d'une machine à diviser.

J'ai imaginé, pour suppléer à cet instrument coûteux et complexe, un appareil extrêmement simple, qui consiste dans une tige horizontale portant deux pointes verticales sur lesquelles il peut reposer alternativement; au milieu de la longueur, il porte, sur une tige transversale, deux autres pointes distantes de 3 à $5^{mm}$, sur laquelle il repose toujours de façon à basculer autour de la ligne de ces pointes; un miroir, fixé invariablement au levier, permet de mesurer, en valeur absolue, l'angle dont bascule le levier

lorsqu'il porte alternativement sur la pointe d'avant et sur la pointe d'arrière; il suffit d'observer, par réflexion, sur le miroir, avec une lunette, l'image d'une échelle placée à une distance connue. Si l'on a mesuré une fois pour toutes la distance des pointes et l'angle correspondant au mouvement de bascule de l'appareil posé sur un point, on mesurera, par une observation analogue, la courbure concave ou convexe d'une surface sphérique sur laquelle sera posé l'appareil.

L'avantage de ce levier à réflexion, outre sa simplicité si grande que chaque observateur peut le construire lui-même, c'est de ramener toutes les observations à des mesures de longueur évaluées directement avec des règles divisées, c'est-à-dire par le mode de mesure le plus direct et le plus précis.

Il est évident qu'il peut servir, comme le sphéromètre, à la mesure des épaisseurs aussi bien qu'à celle des courbures.

## XXXVI. — *Détermination des éléments principaux d'un système optique.*

(Journal de Physique, t. VI, p. 276 et 308.)

L'approximation donnée par les formules classiques des lentilles supposées infiniment minces est complétement insuffisante, lorsqu'on a besoin d'effectuer des mesures absolues avec des systèmes optiques quelconques.

D'après la théorie de Gauss, quatre points caractérisent un système optique centré, à savoir, les deux foyers principaux et les deux points nodaux: ces quatre points sont situés sur l'axe principal du système.

J'ai réduit la détermination de ces quatre points au maximum de simplicité, en déterminant la position des points principaux, par rapport aux surfaces extérieures du système, et la position des deux *anneaux oculaires*, ou des images de l'une des surfaces à travers l'autre. On trouve ainsi quatre relations très-simples entre les quatre éléments; mais, comme les distances des points nodaux à leur foyer correspondant ont la même valeur, on a une condition de trop qui permet une vérification des mesures.

L'appareil est extrêmement simple; le système optique, convenablement réglé et centré, est porté sur un chariot qui se meut le long d'une échelle divisée; un microscope permet d'observer les images et de définir les di-

verses positions du chariot. La différence des lectures donne les quatre distances cherchées.

Un certain nombre d'exemples numériques relatifs aux objectifs composés existant dans les lunettes, les appareils photographiques et les microscopes montrent à la fois la simplicité et la rigueur de la méthode.

---

# PHYSIQUE TERRESTRE ET ASTRONOMIQUE.

---

## XXXVII. — *Détermination de la vitesse de la lumière.*

(Journal de l'École Polytechnique, 44e cahier, p. 133. — Comptes rendus de l'Académie des Sciences, t. LXXVI, p. 338.)

Ce Mémoire, paru *in extenso* depuis la publication de ma première Notice, contient la description complète des appareils et des calculs de réduction des expériences faites entre l'École Polytechnique et le mont Valérien; on doit le considérer comme une sorte d'introduction au grand travail suivant, ainsi que le prouve la dernière phrase du Mémoire.

« En raison de l'importance de cette détermination, j'ai le plus grand désir de pousser plus loin encore l'approximation et j'espère être en état bientôt de déterminer la valeur de la vitesse de la lumière à moins de 1 millième de sa valeur. »

En effet, quelques mois après, sur la proposition de M. Le Verrier, Directeur de l'Observatoire de Paris, et de M. Fizeau, Membre du Conseil, j'étais chargé d'exécuter de nouvelles expériences dans des conditions meilleures et avec des appareils que les études précédentes me permettaient de perfectionner.

L'établissement et la construction de ces appareils, leur installation, les mesures et leur réduction, ont exigé près de trois ans de travail, de 1873 à 1876; l'ensemble de ces recherches est contenu dans le Mémoire suivant :

XXXVIII. — *Détermination de la vitesse de la lumière, d'après des expériences exécutées en 1874 entre l'Observatoire et Montlhéry.*

(Annales de l'Observatoire de Paris, Mémoires, t. XIII. — Extraits : Comptes rendus de l'Académie des Sciences, t. LXXIX, p. 1361. — Annales de Poggendorff, t. CLIV, p. 476).

Ce travail a été couronné par l'Académie (prix Lacaze pour l'année 1877) et apprécié de la manière suivante par la Commission académique chargée de décerner le prix :

« Ce Mémoire a été imprimé *in extenso* dans le tome XIII des *Annales de l'Observatoire*, et de plus tiré à part, en sorte qu'il est aujourd'hui si bien connu du monde savant, que vos Commissaires ont été d'avis de ne pas entrer ici dans une analyse détaillée, mais d'énoncer seulement le témoignage unanime de leur approbation pour ce grand et beau travail.

» L'auteur, en effet, dans la poursuite du but élevé qu'il s'était proposé et qu'il a atteint avec un plein succès, n'a cessé de se montrer aussi habile et ingénieux dans la disposition des appareils et dans l'exécution des expériences que prudent et rigoureux dans la discussion et le calcul des résultats. Il a ainsi accompli une de ces œuvres fortes et durables auxquelles l'Académie n'a jamais manqué de donner sa haute approbation. »

La méthode adoptée, après une discussion théorique et expérimentale, est celle de la roue dentée imaginée, en 1849, par M. Fizeau; on trouvera dans le Mémoire l'exposé des motifs qui ont fait préférer cette méthode à celle du miroir tournant.

La première Partie de ce travail comprend l'examen théorique de la méthode en vue d'obtenir la plus grande précision possible dans les mesures. Parmi les résultats les plus curieux de cette discussion théorique, on doit citer la détermination, par des conditions purement analytiques, telles que l'homogénéité, des formules fondamentales relatives aux problèmes à résoudre.

L'impossibilité de réaliser exactement les conditions théoriques de l'expérience introduit des erreurs qu'on a cherché à éliminer par certaines combinaisons méthodiques des observations; l'analyse de ces causes d'erreurs a exigé la solution de plusieurs problèmes très-intéressants : l'un d'eux, qui a consisté à déterminer l'influence des *inégalités fortuites* de la largeur des dents, a conduit à une question de Calcul des probabilités dont

les résultats élégants et simples mériteraient d'entrer dans l'enseignement classique de ce calcul.

L'étude des *erreurs personnelles* à l'observateur introduites par l'observation du phénomène optique et l'enregistrement électrique de la vitesse de la roue dentée a conduit, par l'analyse physiologique de la transmission des signaux, à une méthode d'observation plus parfaite que celle exposée dans le Mémoire précédent; le perfectionnement a consisté à définir quatre types d'observations doubles qui se partagent en deux groupes indépendants, affranchis tous deux des erreurs personnelles; la limite de concordance entre les résultats de ces deux groupes donne en quelque sorte la limite de leur influence. La discussion finale des mesures a montré que l'influence de l'erreur personnelle était entièrement négligeable.

La discussion approfondie des conditions les plus favorables à la précision des mesures a déterminé la plupart des conditions qui ont présidé à la construction des appareils : il serait trop long d'énumérer les problèmes accessoires qui se sont présentés; pourtant il est utile de citer une étude complète de la résistance de l'air sur les disques en rotation :

*Cette résistance est, comme pour les résistances passives des organes du moteur en rotation rapide, proportionnelle au carré de la vitesse.*

L'objet de cette étude était la recherche du diamètre de la roue dentée, donnant avec une force motrice donnée le maximum de vitesse à la circonférence, c'est-à-dire le plus grand nombre de périodes dans la disparition de la lumière.

*L'enregistreur automatique* des vitesses de la roue dentée et le pointage des apparitions et des disparitions de la lumière de retour présente un grand nombre de dispositions nouvelles.

*Le chronographe* annexé à l'enregistreur mérite une mention toute spéciale : il se compose essentiellement d'une lame vibrante dont le mouvement, entretenu électriquement, est réglé automatiquement par l'émission électrique d'une horloge astronomique : de là le nom de *subdiviseur* que je lui ai donné, parce qu'il subdivise en parties égales les battements périodiques du balancier de l'horloge.

La parfaite exactitude théorique du chronographe a été établie par une étude mathématique, qui comprend les problèmes les plus intéressants de la chronométrie : un mode particulier de représentation géométrique permet de rendre intuitives toutes les démonstrations. Ce Chapitre spécial porte le nom de *Théorie de la liaison synchronique des appareils oscillants.*

Cet ensemble de dispositifs mécaniques et électriques pour l'enregis-

trement automatique de la vitesse a été très-favorablement apprécié en Angleterre, ainsi que le témoigne un passage du Rapport sur l'ouvrage de M. Th. du Moncel, publié par M. Barett, professeur au Collége Royal des Sciences de Dublin : *The admirable arrangement employed by M. Cornu in determining the velocity of light is here described in full*, etc..... (Voir *Telegraphic Journal*, 1876, p. 239.)

La détermination de la distance des deux stations a exigé une étude très-soignée des travaux géodésiques relatifs à la méridienne de 1740 et de 1792, ainsi que le relevé d'un petit réseau destiné à relier l'Observatoire aux principaux signaux répartis autour du centre de Paris. Grâce à cette étude, j'ai pu obtenir par deux voies indépendantes deux valeurs de la distance cherchée, qui s'accordent à moins de 1 mètre près, et dont la moyenne est sensiblement $22910^m$.

La description des observations et des méthodes de calcul, ainsi que le classement des résultats, occupe une place importante dans ce Mémoire. La discussion des résultats et la recherche de la valeur définitive de la vitesse de la lumière ont été l'objet de soins minutieux ; la recherche séparée de l'influence des erreurs systématiques et des erreurs fortuites a conduit à l'emploi du Calcul des probabilités.

Aussi ai-je été très-heureux et très-fier de la mention toute spéciale que l'illustre et regretté directeur de l'Observatoire, M. Le Verrier, a bien voulu ajouter en présentant mon travail à l'Académie des Sciences dans la séance du 26 février 1877.

« Il serait trop long d'énumérer les questions accessoires qui se sont présentées et que M. Cornu a résolues avec beaucoup de bonheur ; mais on doit citer la manière dont il a effectué la discussion numérique de ces nombreux résultats, en particulier l'usage qu'il a fait du Calcul des probabilités pour la recherche des erreurs systématiques et l'évaluation de l'erreur probable du résultat. L'auteur a pris soin, dans tous les cas, de vérifier que les écarts suivaient bien la loi de fréquence des erreurs fortuites, vérification qu'on néglige en général de faire et sans lesquelles l'application du Calcul des probabilités n'est pas légitime. »

Le résultat définitif de ces expériences donne, comme valeur de la vitesse de la lumière, 300400 kilomètres par seconde de temps moyen, à $\frac{1}{1000}$ près, en valeur relative.

On en déduit, pour la parallaxe du Soleil, 8",88, 8",88 ou 8",80, suivant que l'on combine ce nombre avec l'équation de la lumière donnée par Delambre ($493^s,2$) ; avec la constante de l'aberration de Bradley (20",25) ou avec celle de Struve (20",445).

5.

## XXXIX. — *Études de Photographie astronomique.*

(Comptes rendus de l'Académie des Sciences, t. LXXX, p. 43.)

La Photographie joue, en Astronomie physique, un rôle de plus en plus important ; mais elle ne prendra une place régulière dans les observatoires que si les appareils photographiques possèdent la même simplicité et la même perfection théorique que les instruments en usage pour les observations courantes.

Je crois avoir fait faire un pas décisif dans cette voie, par l'introduction de ma méthode d'achromatisme chimique des objectifs. En effet, ce qui caractérise l'originalité de cette méthode, c'est qu'elle n'exige aucun instrument spécial : toute lunette astronomique peut être immédiatement adaptée aux observations photographiques, à l'aide d'une disposition toute mécanique, qui n'altère en rien les qualités optiques de l'instrument.

Cette méthode a été appliquée à l'équatorial de la tour de l'Est de l'Observatoire et a complétement réussi : c'est un instrument de dimensions considérables ; l'objectif n'a pas moins de $0^m,38$ d'ouverture et $8^m,90$ de distance focale. Il peut désormais servir alternativement comme lunette photographique et comme lunette optique.

Il a servi à obtenir des épreuves photographiques du Soleil, de la Lune et de diverses planètes (Vénus et Jupiter), ainsi que de divers groupes d'étoiles.

Une épreuve de la Lune, présentée à l'Académie et publiée récemment par le procédé photoglyptique, donne une idée des services que peut rendre cet instrument ; le négatif de cette épreuve a été obtenu par moi sans précaution spéciale : avec le concours d'un habile photographe, une installation convenable et l'emploi des procédés perfectionnés, on pourra évidemment améliorer encore les résultats.

## XL. — *Sur la constitution du Soleil.*

(Association française. Congrès de Bordeaux, 1872, p. 1249.)

Il existe actuellement, parmi les astronomes et les physiciens, un grand courant d'idées qui tend à rechercher dans les phénomènes observés à la surface du Soleil la cause des phénomènes dont nous sommes les témoins à la surface de la Terre. Je me suis proposé d'exposer, sous une forme succincte,

l'ensemble des phénomènes solaires et terrestres, qu'on peut rattacher les uns aux autres dans ces rapports de causes à effets; ainsi l'apparition périodique des taches, les perturbations magnétiques terrestres, les aurores boréales, les grands orages, paraissent avoir leur origine dans une cause commune.

Ce qui constitue la partie originale de cette exposition, c'est l'idée de relier tous ces grands phénomènes à la circulation des essaims de météorites qui expliquent déjà si bien les apparitions périodiques d'étoiles filantes. Je crois avoir été l'un des premiers à signaler le rôle important que doivent vraisemblablement jouer ces météorites dans l'ensemble des causes générales qui agissent sur le Soleil et sur le globe terrestre.

Les études spectroscopiques que je commençais à cette époque, et que j'ai poursuivies depuis, ont confirmé cette manière de voir et ont même permis de préciser, par une voie assez inattendue, différents points sur lesquels je n'avais pu présenter alors que des conjectures.

## XLI. — *Sur le spectre de l'étoile nouvelle de la constellation du Cygne.*

(Comptes rendus, t. LXXXIII, p. 1172.)

A la fin du mois de novembre 1876, le Directeur de l'Observatoire d'Athènes annonçait la découverte d'une étoile nouvelle dans la constellation du Cygne; je m'empressai de l'observer avec l'équatorial de la tour de l'Est, à l'Observatoire de Paris, équatorial qui avait été restauré sous ma direction

ROUGE. VIOLET.

α δ γ β ζ η θ ε

| | | |
|---|---|---|
| Hydrogène | raies | α η ε |
| Magnésium | » | β |
| Sodium (ou hélium) | » | δ |
| Raie de la couronne solaire | » | γ |
| Raie spéciale à la chromosphère | » | θ |

et utilisé pour des études de Photographie astronomique; malgré la faiblesse de l'étoile (4[e] et 5[e] grandeur) et les mauvaises conditions atmosphé-

riques, je pus analyser la lumière qu'elle émettait et constater au spectroscope l'existence de raies brillantes. Ce caractère spécial est l'indice de la prédominance d'une lumière provenant de matières gazeuses incandescentes : le relevé micrométrique de ces raies brillantes montra, en effet, l'identité de ce spectre avec celui de l'hydrogène incandescent, du magnésium, du sodium (ou de l'hélium ?), ainsi que la raie brillante verte ($\lambda = 532$ ou 1474 de l'échelle de Kirchhoff) observée pour la première fois dans le spectre de la couronne solaire.

En résumé, la lumière de l'étoile a paru posséder exactement la même composition que celle de l'enveloppe du Soleil, nommée *chromosphère*. L'importance de ce rapprochement, entre des astres si éloignés, n'échappera à personne. Il eût été fort intéressant de poursuivre cette étude avec le plus grand soin ; malheureusement l'étoile était en pleine décroissance et, quelques jours après, elle devenait presque absolument invisible au spectroscope.

C'est la seconde fois, depuis la découverte de la spectroscopie, qu'on a pu étudier la lumière d'une étoile temporaire : la première observation est due à MM. Huggins et W.-A. Miller sur l'étoile apparue en 1866 dans la constellation de la Couronne boréale. Ces éminents observateurs reconnurent seulement l'existence de l'hydrogène incandescent. J'ai été le premier et presque le seul à observer le spectre de la constellation du Cygne et, grâce à la grande ouverture de l'objectif de mon instrument ($0^m,36$), j'ai pu en donner une description très-complète, vérifiée quelque temps après par le P. Secchi.

# ÉTUDE SPECTRALE DU SOLEIL.

---

## XLII. — *Sur le spectre normal du Soleil, portion ultra-violette.*

(Annales de l'École Normale, 2e série, t. III, p. 421.)

## XLIII. — *Étude du spectre solaire ultra-violet.*

(Comptes rendus de l'Académie des Sciences, t. LXXXVI, p. 101.)

## XLIV. — *Sur les raies sombres du spectre solaire et la constitution du Soleil.*

(Comptes rendus de l'Académie des Sciences, t. LXXXVI, p. 315.)

## XLV. — *Sur quelques conséquences de la constitution du spectre solaire.*

(Comptes rendus de l'Académie des Sciences, t. LXXXVI, p. 530.)

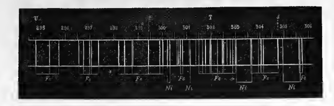
L'étude spectroscopique des radiations solaires a été la source des découvertes les plus curieuses et les plus inattendues sur la constitution du Soleil et promet même des résultats importants relativement à la Météorologie cosmique. Les résultats des études que j'ai entreprises à ce sujet, et que j'ai poursuivies depuis 1871 jusqu'à ce jour, ont été les suivants :

1° La construction d'un spectre normal des radiations solaires ultra-violettes suivant l'échelle des longueurs d'onde sur le modèle du beau Mémoire d'Angström.

Ce spectre forme deux planches in-folio et dans le format adopté par l'illustre savant suédois : la première planche a paru dans les *Annales de l'École Normale*, la seconde vient d'être gravée et a été présentée récemment à l'Académie des Sciences.

La description des raies sombres du spectre ultra-violet a été poussée beaucoup plus loin qu'elle ne l'avait été jusqu'à ce jour. La figure ci-après

reproduit les raies principales de la partie nouvelle du spectre solaire ultra-violet, d'après mes dernières observations : l'échelle adoptée est celle des longueurs d'onde.



2° La démonstration du pouvoir absorbant de l'atmosphère terrestre pour les radiations ultra-violettes. Les faits observés dans ces études ont montré ce résultat curieux et inattendu, que le pouvoir absorbant est notablement plus grand en été qu'en hiver, ce qui conduit à penser que c'est la vapeur d'eau qui est la cause de l'absorption des radiations très-réfrangibles.

3° La comparaison des raies sombres du spectre solaire ultra-violet avec les raies brillantes des spectres des vapeurs métalliques. Cette comparaison, faite non-seulement au point de vue qualitatif, mais aussi au point de vue quantitatif, a permis de déterminer approximativement la proportion relative des substances métalliques volatilisées à la surface du Soleil. Cet ordre de quantités est le suivant : fer, nickel, magnésium, aluminium, calcium, etc.

Le rapprochement de cette sorte d'analyse quantitative avec la composition moyenne des aérolithes m'a permis de conclure en faveur de l'importance cosmique des météorites dans le système solaire ; les plus importantes des conséquences déduites de ces études sont les suivantes :

1° *Probabilité d'une action magnétique directe du Soleil sur les phénomènes terrestres ;*

2° *Probabilité en faveur de l'existence du fer métallique au centre de la Terre et par conséquent en faveur de l'hypothèse de l'aimant terrestre.*

Un grand nombre de faits relatifs à la Météorologie terrestre et cosmique viennent encore se ranger à l'appui de ces conclusions et témoignent de leur vraisemblance.

# DENSITÉ MOYENNE DE LA TERRE.

XLVI. — *Loi de la résistance de l'air dans la balance de torsion (mesure de la densité moyenne de la Terre*). (En collaboration avec M. Baille.)

(Comptes rendus de l'Académie des Sciences, t. LXXXVI, p. 571.)

La détermination de la densité moyenne de la Terre, que nous avons entreprise depuis 1869, nous a conduits à étudier, dans ses plus minutieux détails, l'influence des causes perturbatrices qui peuvent altérer les indications de l'admirable appareil imaginé par Coulomb.

La résistance que l'air oppose au mouvement du levier est loin d'être négligeable, comme paraissaient le croire Baily et M. Reich; elle produit des effets soumis à des lois d'ailleurs très-simples, que nous avons découvertes par l'observation précise des oscillations, aidés surtout par le mode d'enregistrement électrique indiqué précédemment (p. 21.) Voici l'énoncé de ces lois qui régissent les oscillations du levier, supposé soumis seulement à l'action du fil de torsion :

1° *Les amplitudes ou distances de deux élongations successives décroissent en progression géométrique.*

2° *Les époques des élongations sont en progression arithmétique.*

Ces lois présentent un double intérêt, d'abord celui de fournir un moyen rationnel de conclure les positions d'équilibre du levier d'après l'observation des élongations et ensuite celui de conduire à la conclusion suivante :

*La résistance que l'air ambiant oppose au mouvement du levier est proportionnelle à la première puissance de la vitesse angulaire de ce levier.*

Les lois proposées pour l'expression de la résistance de l'air en fonction de la vitesse ont été très-diverses suivant les circonstances; dans le cas présent, les conditions sont tellement différentes de celles où ces études ont été faites, les forces en jeu sont si faibles, qu'il eût été téméraire d'affirmer *a priori* l'application de telle loi plutôt que de telle autre.

Les mesures absolues faites à ce sujet ont permis de montrer l'extrême petitesse des forces que produit la résistance du milieu. Dans notre appareil,

elles atteignent à peine $\frac{1}{10000}$ de milligramme; mais elles sont tout à fait de l'ordre de l'attraction newtonienne que nous avons à mesurer, attraction qui ne dépasse pas quelques millièmes de milligramme. On voit donc quel intérêt nous avions à préciser les lois de la résistance du milieu, afin de déterminer avec certitude les conditions qui permettent d'éliminer rigoureusement l'influence de cette cause perturbatrice.

## XLVII. — *Sur la mesure de la densité moyenne de la Terre.* (En collaboration avec M. J.-B. Baille.)

(Comptes rendus de l'Académie des Sciences, t. LXXXVI, p. 699.)

Depuis l'année 1869, nous poursuivons les expériences relatives à la détermination de la densité moyenne de la Terre et de la constante de l'attraction newtonienne (*voir* précédemment, p. 21, et *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. LXXVI, p. 954).

Les divers perfectionnements que nous avons introduits permettent d'affirmer que la valeur 5,56, moyenne de nos premiers résultats, est très-voisine de la vérité et que le nombre de Baily, 5,67, qui a fait sur ce sujet le travail le plus étendu qui ait été exécuté jusqu'ici, est certainement trop fort.

Nous avons signalé l'erreur systématique dont les résultats partiels de Baily sont entachés et montré que l'on peut représenter par une formule empirique la variation de ces résultats partiels avec le poids des boules suspendues au levier de torsion : à l'aide de cette loi empirique, nous avons conclu par extrapolation la valeur probable qui doit ressortir de l'ensemble de ces résultats : elle est égale à 5,55.

Dans le présent travail, nous avons été plus loin ; nous avons mis en évidence la cause de cette erreur systématique et donné le moyen de la corriger d'après les données numériques mêmes de Baily; on trouve par cette manière de procéder, qui est maintenant rationnelle et ne repose sur aucune interprétation hypothétique, la valeur 5,53.

Il était très-important pour nous de discuter avec le plus grand soin les expériences de nos devanciers, afin de vérifier que nos mesures ne comportent pas les mêmes causes d'erreur. Celle dont nous venons de parler provient de ce que l'auteur utilisait une certaine élongation du levier de la balance de torsion pour faire la manœuvre de l'inversion des masses;

il se produit alors inévitablement des chocs qui se transmettent partiellement au levier et troublent sa position d'une manière appréciable. Nous n'avons pas à redouter le même effet, pour deux motifs : le premier, c'est que nous avons, dès le début, rejeté le mode opératoire de Baily et Reich ; le second, c'est que la substitution des masses de mercure aux sphères de plomb permet d'obtenir l'inversion de ces masses sans la plus légère trépidation de l'appareil.

---

## TRAVAUX

EXÉCUTÉS

## POUR LA COMMISSION DU PASSAGE DE VÉNUS.

---

La Commission du passage de Vénus m'ayant fait l'honneur de m'adjoindre à la Sous-Commission chargée des études préliminaires, les recherches que j'ai entreprises à ce sujet ont été publiées dans le *Recueil des Rapports, Mémoires et Documents relatifs à l'observation du passage de Vénus sur le Soleil*, t. I$^{er}$, II$^{e}$ Partie. La première Partie de ce volume est consacrée aux procès-verbaux des séances de la Commission; je ne renverrai à cette première Partie qu'avec la mention spéciale *Procès-verbaux*.

XLVIII. — *Note sur la transformation de l'achromatisme optique des objectifs en achromatisme photographique*, p. 265. (Séance du 25 janvier 1873.)

C'est l'indication de la méthode de l'écartement des verres dont il a été question précédemment (p. 22).

XLIX. — *Note sur l'approximation en valeur absolue des pointés sur les épreuves daguerriennes du disque solaire, obtenues avec la lunette photographique*, p. 299. (Séance du 22 février 1873.)

Il s'agissait, au sein de la Commission, de rechercher le degré de précision auquel on pouvait atteindre par la mesure des épreuves daguerriennes. On pensait alors qu'on ne pouvait guère dépasser le $\frac{1}{100}$ de millimètre dans le pointé du bord du Soleil sur l'épreuve (*voir* p. 272, 293 et 325, et *Procès-verbaux*, p. 22).

J'ai montré par une série de mesures que la précision des pointés pouvait atteindre et même dépasser le $\frac{1}{1000}$ de millimètre, sur des images obtenues avec une lunette achromatisée par ma méthode. Ces expériences ont contribué à faire rejeter l'amplification des images par un oculaire, en montrant que les petites images offraient toutes les garanties de précision relative exigée pour la détermination de la parallaxe solaire (voir *Procès-verbaux*, t. Ier, Ire Partie, p. 155). Les mesures effectuées depuis le retour des expéditions sur les épreuves obtenues pendant le passage de Vénus ont confirmé d'une manière complète ces résultats.

L. — *Description de la méthode permettant l'achromatisme photographique des objectifs achromatisés pour la vision directe. — Description succincte d'une opération fournissant des épreuves daguerriennes du disque solaire*, p. 303. (Séance du 22 février 1873.)

Le principe de la méthode d'achromatisme d'écartement des verres (crown et flint-glass de l'objectif) ayant été décrit théoriquement dans une séance précédente, j'ai présenté à la Commission une description des opérations pratiques à exécuter pour obtenir la distance des verres donnant la netteté maximum des images ; elle consiste en une série d'essais méthodiques exécutés sur une même épreuve à l'aide d'un porte-plaque spécial, adopté plus tard par la Commission, pour l'appareil définitif. Ce réglage de l'écartement des verres est devenu si facile par les règles que j'ai indiquées, qu'il suffit d'obtenir quatre ou cinq de ces épreuves multiples pour arriver au résultat voulu.

Du reste, après la discussion des divers appareils soumis à la Commission par des savants français et étrangers, la méthode que j'ai eu l'honneur de proposer fut définitivement adoptée avec les dispositions accessoires décrites succinctement dans cette séance. On y ajouta toutefois un miroir plan, au lieu de conserver, comme je le proposais (p. 312), d'accord avec M. Fizeau (p. 321), la monture équatoriale et la production directe des images sans aucun intermédiaire; mais l'expérience a montré depuis que cette addition, favorable sous le rapport de la stabilité, avait été plutôt défavorable au point de vue de la perfection des images.

## LI. — *Rapport sur la photographie par images directes*, p. 315. (Séance du 22 février 1873.)

Chargé par la Commission d'expériences sur la formation des images directes au foyer des appareils d'Optique usités en Astronomie, M. Fizeau voulut bien m'associer à ces recherches et rendit compte dans ce Rapport des expériences faites en commun.

Elles portèrent, pour la plus grande partie, sur les images solaires formées au foyer d'un télescope de $0^m,40$ de diamètre et de ~~6~~$^m,40$ de foyer, appartenant à l'Observatoire. Le miroir de ce télescope n'avait pas été argenté, pour éviter une trop grande intensité des rayons solaires. Le télescope à réflexion méritait, en effet, une étude spéciale, à cause de la perfection absolue de l'achromatisme de ses images. 2 m/

Le fait le plus important qui ressortit de ces expériences fut la continuelle variation de distance focale et de netteté des images aussi bien dans la production des images daguerriennes que dans la formation des images optiques observées avec un oculaire spécial. Nous n'avons pas tardé à reconnaître que c'est à l'action de la chaleur solaire sur le miroir de verre, qui est mauvais conducteur de la chaleur, qu'il faut attribuer cet effet; une expérience directe nous a d'ailleurs permis de vérifier la cause de ces perturbations : en approchant à la distance de $0^m,20$ à $0^m,30$ en arrière du miroir un large disque de bronze chauffé vers $100°$, nous avons observé le trouble rapide des images et un allongement de plus de $10^{mm}$ dans la distance focale.

Ces recherches furent décisives : la Commission rejeta les miroirs de

télescopes pour la formation des épreuves photographiques et adopta en principe l'emploi de la lunette photographique dont il a été question ci-dessus.

LII. — *Examen micrométrique d'une épreuve daguerrienne obtenue au foyer d'un objectif astronomique, achromatisé chimiquement par l'écartement des verres*, p. 403. (Séance du 21 juin 1873.)

On soulevait dans la Commission quelques doutes (*Procès-verbaux*, p. 173 et 196) sur la perfection des images obtenues avec des verres écartés : on craignait surtout des effets de *distorsion ;* j'ai étudié la question avec le plus grand soin et j'ai montré que l'épreuve daguerrienne d'une règle divisée sous-tendant un angle de 45', c'est-à-dire une fois et demi le diamètre solaire qu'il s'agissait de reproduire, ne présentait aucune déformation systématique. Voici quelle était la conclusion de cette étude :

« En résumé, à quelque point de vue qu'on se place, la régularité dans l'épreuve daguerrienne est assez parfaite pour qu'on soit assuré que le dispositif optique est irréprochable et qu'on puisse se fier aux mesures absolues qu'on est en droit de lui demander (p. 413). »

Il n'y eut plus, à la suite de ces expériences, aucun doute sur la perfection des images directes au foyer d'un objectif achromatisé par écartement des verres.

LIII. — *Méthode d'observation pour le passage de Vénus et pour les éclipses de Soleil*, p. 147.

*Résultats numériques relatifs à l'observation photographique de l'éclipse partielle du Soleil du 26 mai 1873*, p. 429.

L'éclipse partielle du Soleil, qui eut lieu le 26 mai 1873, de $7^h 30^m$ à $9^h 30^m$ du matin, me permit d'expérimenter, sur un phénomène astronomique analogue à celui qu'on devait observer dans le passage de Vénus sur le Soleil, la méthode photographique décrite précédemment.

Une lunette photographique de dimension moitié moindre que celle qui était adoptée par la Commission fut installée dans une mansarde de l'École Polytechnique ; les opérations photographiques furent exécutées suivant les règles indiquées dans la Note du 22 février. L'opération réussit parfaitement : j'obtins vingt-quatre épreuves du Soleil plus ou moins échancré par le disque lunaire.

Ces épreuves furent étudiées micrométriquement : de ces mesures je pus déduire les heures des contacts par deux méthodes distinctes qui s'accordèrent entre elles à 2 ou 3 secondes, malgré quelques circonstances fâcheuses, et qui reproduisirent avec la même approximation les heures prévues par la *Connaissance des Temps*. Je fus donc en mesure d'affirmer que, si les conditions météorologiques, pendant le passage de Vénus, étaient aussi favorables que pendant l'éclipse de Soleil du 26 mars 1873, on pouvait espérer une précision de même ordre pour le calcul de l'heure des contacts. Cette observation eut l'avantage de faire prévoir certaines difficultés et d'y porter remède : je citerai, en particulier, l'effet fâcheux produit par la chaleur solaire sur le miroir; les inconvénients que j'aperçus alors me suggérèrent l'idée d'une précaution importante qui fut ultérieurement posée en règle absolue dans le programme de la Commission :

*Installer dans chaque station la lunette photographique, de manière que l'angle moyen de réflexion sur le miroir, pendant toute la durée du passage de Vénus, soit minimum.*

On était disposé évidemment à choisir une orientation astronomique plus symétrique par rapport au méridien du lieu : on aurait ainsi sacrifié une condition importante pour la perfection des images à une symétrie inutile.

## LIV. — *Étude de la dispersion des verres employés à la confection des objectifs des lunettes photographiques de la Commission*, p. 443. (Séance du 16 décembre 1873.)

Il était nécessaire d'étudier avec le plus grand soin la dispersion des verres employés à la construction des lunettes : je fis la détermination complète de l'indice de réfraction correspondant aux raies principales du spectre solaire sur des prismes taillés dans les matières mêmes qui devaient servir à la confection des objectifs.

Le résultat de cette étude fut très-favorable et permit de prévoir la possibilité d'un achromatisme photographique complet sans altérer beaucoup l'achromatisme visible, condition très-commode pour la mise au point rigoureuse.

LV. — *Théorie élémentaire de la méthode d'achromatisme des objectifs par écartement des verres*, p. 447. (Séance du 16 décembre 1873.)

Cette Note comprend, sous une forme très-élémentaire, la démonstration analytique de la règle indiquée précédemment ; elle a été reproduite avec quelques variantes dans le *Compte rendu du Congrès de Lyon*, p. 198, et dans le *Journal de Physique*, t. III, p. 108.

LVI. — *Légende explicative de la Planche relative à la lunette photographique destinée à l'observation du passage de Vénus.*

Sous ce titre on trouvera la description détaillée de la lunette photographique employée dans les expéditions françaises. La plupart des pièces de l'appareil et des dispositifs de toute nature ont été exécutés sur mes dessins, y compris la cabane qui a servi d'observatoire d'études dans le Jardin du Luxembourg : la Planche annexée à cette description donne la représentation fidèle des organes principaux de cet instrument et la disposition des accessoires.

Parmi les pièces tout à fait nouvelles, je citerai l'oculaire porte-plaque, l'obturateur à fente et surtout les pièces qui servent à diriger la chute de l'obturateur perpendiculairement à la ligne des centres des deux astres.

---

LVII. — *Documents relatifs aux mesures des épreuves photographiques du passage de Vénus.* — (En collaboration avec M. Fizeau.)

(Extrait du tome III du *Recueil de Mémoires, Rapports et Documents relatifs à l'observation du passage de Vénus sur le Soleil;* publié par l'Académie des Sciences. — Premier fascicule (pagination A), in-4° de 120 pages.

Ce premier fascicule offre le résumé des études relatives à la mesure des épreuves rapportées par les expéditions et les documents généraux qui se rattachent aux relevés micrométriques.

Il renferme les Chapitres suivants :

1° Description succincte de la méthode d'obtention des épreuves et la liste des épreuves obtenues dans les différentes stations avec les heures correspondantes.

Une Planche gravée donne le tableau synoptique des épreuves et la concordance synchronique des heures auxquelles elles ont été obtenues dans les quatre stations où le temps a été favorable. Ce diagramme représentatif a, en outre, l'avantage d'indiquer à quelle phase précise du passage correspond chaque épreuve, condition très-précieuse pour le choix des meilleures combinaisons d'épreuves à adopter pour le calcul de la parallaxe.

2° La discussion relative au choix des éléments à mesurer sur les épreuves. On démontre aisément que, d'après le dispositif expérimental adopté, on ne peut compter avec certitude que sur les mesures effectuées perpendiculairement à la direction de la chute de l'obturateur, c'est-à-dire parallèlement à la ligne des centres des deux astres suivant la règle indiquée ci-dessus.

D'autre part, l'analyse des imperfections spéciales aux épreuves photographiques et des erreurs personnelles à l'observateur qui exécute les mesures réduit à deux le nombre des éléments à relever, à savoir la *distance des centres* et la *somme des rayons* des deux astres.

Mais ces deux éléments ne présentent pas les mêmes garanties de précision ; l'étude analytique des erreurs conduit aux deux théorèmes suivants :

*La distance du centre des deux astres déduite des mesures effectuées dans le voisinage de la direction de la ligne des centres est indépendante de l'erreur commise par l'observateur dans l'appréciation de la limite des contours, tant au point de vue de la dégradation de l'intensité des bords de l'image qu'au point de vue de la courbure de ces contours.*

*La somme des rayons des deux astres est affranchie de l'erreur d'appréciation d'intensité, mais n'est pas complétement indépendante de l'erreur de pointé dépendant de la courbure de ces contours.*

On montre ensuite que, s'il subsiste quelque influence de l'erreur personnelle dans les mesures, la combinaison exclusive de mesures faites par un même observateur sur les épreuves des différentes stations permettra d'en éliminer la plus grande partie.

3° La description et l'usage des machines micrométriques. Ces machines sont entièrement originales; elles se distinguent de la plupart des appareils de ce genre par l'emploi d'un moteur électrique à mouvement sensiblement uniforme, pour produire, avec une égalité parfaite, les déplacements des épreuves à mesurer.

Dans le mode de mesure, on devra remarquer l'emploi d'une échelle auxiliaire sur verre qui permet de réduire les relevés à des mesures différentielles, et de ramener tous les résultats à une unité commune, quelle que soit la machine employée.

4° La description détaillée des opérations à effectuer pour le relevé micrométrique de la distance des centres et la somme des rayons des deux astres sur chaque épreuve; les précautions à prendre pour le centrage de l'épreuve, pour l'éclairage uniforme, pour l'élimination, par retournement de 180°, de diverses erreurs.

Un exemple numérique est donné en grand détail en vue d'expliquer les tableaux, tous construits sur un modèle uniforme, comprenant les mesures renfermées dans les fascicules suivants.

5° Enfin l'établissement de diverses formules de correction et la construction des Tables numériques qui les représentent.

L'impression des fascicules suivants, qui donneront les résultats obtenus par MM. Angot, Baille, Gariel et Mercadier, est très-avancée. La publication de plusieurs d'entre eux est très-prochaine.

Au début de l'établissement du laboratoire des mesures, en 1875, nous avons soumis à M. Puiseux un certain nombre de résultats numériques, provenant des premiers essais de mesures, pour en déduire la parallaxe du Soleil. Les résultats ont été satisfaisants et ont montré, d'une manière

générale, que nous pouvions attendre de ces mesures une précision au moins égale à celle des observations optiques. Depuis cette époque, les appareils et les méthodes de mesures ont été perfectionnés, et tout fait espérer que la discussion de l'ensemble des résultats obtenus par la Photographie répondra aux efforts de la Commission.

4399 PARIS. — IMPR. DE GAUTHIER-VILLARS, SUCCESSEUR DE MALLET-BACHELIER, QUAI DES AUGUSTINS, 55.